

## UNA PROPUESTA DE SILOGISMO ENCADENADO APROXIMADO

M. PEREIRA-FARIÑA, A. SOBRINO  
USC

**ABSTRACT:** Syllogism is a kind of deductive and demonstrative reasoning that involves quantified statements, although limited to a few inference patterns and precise fragments of natural language. In this paper, we propose an alternative type of syllogism introducing the concept of analogy, evaluating the similarity of quantifiers through cardinality and developing a kind of reasoning characterized by plausibility.

**KEY WORDS:** Syllogism, Analogy, Similarity.

### 1 Introducción

La preocupación por el pensar ordenado y correcto ha sido y es una constante en la filosofía. La primera aproximación sistemática a una forma de razonamiento concreta fue la Silogística aristotélica (Aristóteles 1986), que data el siglo IV a.C. y que se caracteriza fundamentalmente por tratar con argumentaciones,

- compuestas por dos premisas y una conclusión, siendo todas ellas oraciones cuantificadas;
- que incluyen tres términos; el Término Mayor, que aparece en la Premisa Mayor y en el predicado de la conclusión; el Término Menor, que aparece en la Premisa Menor y en el sujeto de la conclusión y, por último, el Término Medio, que sólo aparece en las premisas;
- en las que sólo se contemplan los cuatro cuantificadores clásicos (*todos, ningún, algún, alguno... no*) habitualmente representados en el Cuadrado Lógico de la Oposición (Brown 1984).

También es relevante indicar que el silogismo es una forma de razonamiento deductivo; es decir, se determina que una conclusión se sigue necesariamente de ciertas premisas; tal y como lo define J. Corcoran en una de sus acepciones (Corcoran 2011). En la Tabla 1, mostramos un ejemplo típico de silogismo aristotélico.

Ejemplo 1. Razonamiento silogístico válido.

---

---

Todos los *aficionados a la música clásica* son melómanos

Algún *aficionado a la música clásica* es gallego

---

Algún gallego es melómano

Este silogismo constituye una argumentación en modo *Datisi* (Figura III) donde la conclusión respecto de las premisas está clara: cualquier subconjunto de *aficionados a la música clásica* también lo es del conjunto *melómanos*.

Esta sistematización del silogismo, sin embargo, excluye por completo a la vaguedad, lo que supone una limitación para su aplicación a fragmentos amplios del lenguaje natural. Por ejemplo, todos los cuantificadores vagos (como *mucho*, *bastante*, *el doble*, *pocos*,...), tan frecuentemente usados, quedan descartados de esta forma de razonamiento. También quedan fuera aquellas argumentaciones que contengan más de dos premisas y tres términos.

Desde la lógica borrosa y la lógica natural se han desarrollado algunas aproximaciones que intentan superar estas limitaciones. La lógica borrosa se han enfocado, principalmente, a incluir los cuantificadores vagos (Zadeh 1985; Dubois and Prade 1988) sin incrementar el número de premisas y términos manejados. La lógica natural, por su parte, se ha centrado en incrementar el número de premisas y términos usados, pero limitándose a los cuatro cuantificadores y tres términos clásicos (Sommers 1982).

Sin embargo, creemos que existen otras vías de ampliación para el silogismo. En este trabajo presentamos una expansión en la que proponemos combinar el patrón básico del silogismo con la analogía, obteniendo así un patrón de inferencia plausible. En esta versión inicial, nos limitamos a la forma del Cuadrado Lógico de la Oposición) y a modelar la analogía mediante cuantificadores de similitud en su versión más básica tomada de la lógica borrosa.

Este trabajo, que se divide en 4 secciones, se organiza del siguiente modo: en la sección 2 se presentan las características fundamentales de la inferencia plausible y la analogía; en la sección 3 proponemos nuestro modelo de silogismo encadenado aproximado y, finalmente, en la sección 4, resumimos las conclusiones del trabajo.

## **2 El razonamiento plausible**

La lógica se ha fijado tradicionalmente en el razonamiento demostrativo. Este se caracteriza por ser seguro, definitivo y estar libre de cualquier tipo de controversia (Pólya 1966). Gracias a estas propiedades, obtenemos modelos rígidos, codificados y claros que nos permiten fundamentar sólidamente el conocimiento. La máxima expresión de este tipo de razonamiento es el razonamiento deductivo, siendo el silogismo aristotélico, como hemos dicho, uno de sus ejemplos.

Sin embargo, en nuestra vida ordinaria necesitamos emplear otras formas de razonamiento, puesto que no siempre es posible hacer deducciones: muchas veces carecemos de toda la información necesaria o tenemos simples conjeturas de las que podemos extraer nuevas conclusiones con mayor o menor credibilidad o fiabilidad, pero sin llegar a ser seguras o irrevocables. El tratamiento

de este tipo de argumentaciones también ha tenido su hueco en la filosofía y podríamos situarlas bajo una de las acepciones de ‘entimema’.

En su formulación tradicional, el entimema se define como “silogismo abreviado en el que se omite una de las premisas por ser evidente o darse por sobreentendida” (Vega 2011). Sin embargo, en uno de sus significados (Vega 2011), el entimema también denota a la plausibilidad como tipo de argumentación central en la dialéctica y la retórica. Por ejemplo, si estamos en el mes de julio, el cielo está despejado y el sol brilla con fuerza, es plausible pensar que en la calle hará calor. En nuestra propuesta y a la retórica como estando presentes en nuestra argumentación ordinaria, podemos concluir que nuestro trabajo tiene como objeto distintas formas del lenguaje común.

A continuación, analizaremos el patrón básico de la inferencia plausible y la analogía como el marco de desarrollo para nuestra propuesta de silogismo plausible.

### **2.1. Patrón básico de inferencia plausible**

G. Pólya (Pólya 1966) presenta las características fundamentales del razonamiento plausible, describiéndolo como una forma de razonamiento azarosa, discutible y provisional. En su exposición, Pólya se centra en el ámbito del razonamiento matemático, aunque es extensible a otros ámbitos.

Así pues, sean  $A$  una conjetura y  $B$  una consecuencia de  $A$ ; el patrón básico de inferencia plausible permite inferir una conclusión no segura, pero sí con un cierto crédito, tal y como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Patrón básico de inferencia plausible.

$A$ implica $B$
$B$ es verdadera
$A$ es más digna de crédito

Como se puede observar, la ‘conclusión’ indica la fiabilidad de la conjetura ( $A$ ) a partir de la verdad de su consecuencia ( $B$ ). Si en lugar de ser verdadera,  $B$  fuese casi falsa entonces concluiríamos que la verdad de  $A$  también sería menos fiable; si  $B$  fuera falsa, sería suficiente para la refutación de  $A$ .

### **2.2. La analogía**

La analogía es una forma de razonamiento muy común en los seres humanos para esbozar una conclusión. B. Bouchon-Menier (Bouchon-Meunier and Valverde 1993), en una de sus acep-

ciones, define el razonamiento analógico como aquel que se basa en la proximidad entre dos objetos o situaciones; dadas dos proposiciones o términos, si  $A$  implica  $B$  y observamos  $A'$  (que es similar a  $A$  en algún sentido), entonces es posible inferir, por la misma relación, un  $B'$  similar a  $B$ . Este proceder sólo permite extraer una conclusión con un grado de fiabilidad o probabilidad. Un ejemplo típico de analogía en el campo de la biología molecular es la explicación del metabolismo celular usando el fuego: del mismo modo que el fuego necesita oxígeno para la combustión, la mitocondria de la célula necesita oxígeno para la transformación de la glucosa.

Actualmente, las dos teorías de la analogía más ampliamente aceptadas son (de Donato 2011, p. 48): *i*) el modelo de J. S. Mill, basado en la idea de semejanza (compartir propiedades) entre los términos en comparación; *ii*) el modelo de Gentner, basado en la idea de similitud estructural, donde la comparación entre los términos de la analogía se rige por tres principios: semejanza (compartir propiedades), estructura (patrones comunes) y propósito (fin perseguido por el agente). De acuerdo con el objetivo de este trabajo, el modelo de Gentner, al ser más restrictivo en la construcción de la analogía, garantiza una mayor fiabilidad a la hora de razonar.

Pólya también define la inferencia plausible y la analogía en el ámbito de la matemática (Pólya 1966, p. 310). Así pues, dos proposiciones dadas  $A$  y  $B$  decimos que son análogas si existe una hipótesis  $H$  de la que tanto  $A$  como  $B$  son deducibles (ver Tabla 3, parte izquierda). Una vez establecida la analogía, Pólya aplica el patrón básico de inferencia plausible y obtiene un nuevo patrón de razonamiento (ver Tabla 3, parte derecha), donde la verdad de una de las proposiciones análogas permite concluir la credibilidad de la otra en un alto grado.

Tabla 3. Patrón básico de inferencia analógica.

$\left. \begin{array}{l} A \text{ es consecuencia de } H \\ B \text{ es consecuencia de } H \end{array} \right\} A \text{ es análoga a } B$
$B \text{ es verdadera}$
$A \text{ es más digna de crédito}$

Al igual que en el patrón básico de inferencia plausible, si  $B$  es casi falsa,  $A$  también es menos fiable.

### 3 Modelo de silogismo encadenado aproximado

Como hemos indicado, el “motor de inferencia” del silogismo es el encadenamiento de los Términos Menor y Mayor a través del Término Medio según las proposiciones de las dos premisas. Nuestra propuesta consiste en incorporar la analogía al rol de ‘Término Medio’ y obtener así un patrón de inferencia plausible o aproximada donde la conclusión no sería incuestionable, sino que tendría un grado de fiabilidad o credibilidad. Cuanta mayor sea la similitud entre los dos términos

que desempeñan el rol del Término Medio, mayor es la credibilidad de la conclusión. A este nuevo patrón de inferencia lo denominamos *silogismo encadenado aproximado*.

Tabla 4. Razonamiento silogístico plausible.

---

---

Todos los <i>aficionados a la música clásica</i> son melómanos
Algún <i>aficionado a la ópera</i> es gallego
Algún gallego es melómano

---

---

Consideremos el ejemplo de la Tabla 4. Como podemos observar, el rol de Término Medio es desempeñado por dos términos distintos, *aficionados a la música clásica* en la Premisa Mayor y *aficionados a la ópera* en la Premisa Menor. El término *aficionados a la música clásica* denota el conjunto cuyos elementos son todos los aficionados a las obras musicales que se califican como música ‘culta’, ‘académica’ o ‘docta’. Por *aficionados a la ópera* denotamos el conjunto de obras teatrales cuyo texto se canta, total o parcialmente, con acompañamiento de orquesta. Así definidos, podemos decir que ambos términos son análogos o muy similares entre ellos, por lo que la conclusión del silogismo resulta digna de crédito, razonable o aceptable.

Consideremos ahora el ejemplo de la Tabla 5. En este caso, mantenemos el mismo Término Medio en la Premisa Mayor, pero sustituimos el de la Premisa Menor, *aficionados a la ópera*, por *aficionados a los musicales*. Este denota el conjunto de gente que disfrutan con las obras musicales pertenecientes al género teatral o cinematográfico de origen angloamericano, donde la acción se desarrolla con partes cantadas y bailadas. En este caso, el solapamiento entre la música clásica y los musicales es menor que el solapamiento entre *música clásica* y *ópera*, por lo que la conclusión del silogismo ya no resulta tan plausible o aceptable.

Tabla 5. Razonamiento silogístico menos plausible.

---

---

Todos los <i>aficionados a la música clásica</i> son melómanos
Algún <i>aficionado a los musicales</i> es gallego
Algún gallego es melómano

---

---

En resumen, y también de acuerdo con Pólya, podemos afirmar que cuanto mayor sea la similitud o la analogía entre los términos que desempeñan el papel de ‘Término Medio’, más credibilidad tiene la conclusión. En el caso extremo en que los dos términos sean idénticos, obtenemos un silogismo deductivo o demostrativo.

Es importante señalar que, en esta aproximación a la analogía y al razonamiento plausible, la vaguedad tiene un papel fundamental. Esta no sólo está presente por naturaleza en ciertos términos

como los cuantificadores tipo *muchos, pocos, bastantes, ...* sino que también la asumimos con naturalidad y con efectividad en el uso de gran número de conceptos, como aquellos con los que se ejemplifica la paradoja del sorites; e.g. *calvo* o *montón*. Ahora bien, ¿existe alguna forma de “medir” cuan similares son dos términos? ¿Existen algún recurso en el lenguaje ordinario que nos permitan abordar de un modo más o menos intuitivo esta cuestión?

En esta primera aproximación al problema, proponemos modelar explícitamente la similitud o analogía entre los Términos Medios y añadirla como una premisa más al silogismo. Para desarrollar esta idea, aplicaremos los llamados *cuantificadores de similitud*, que nos ofrecen una medida de semejanza entre ellos; es decir, nos indican cómo de parecidos o diferentes son los conjuntos sobre los que cuantifican.

Los *cuantificadores de similitud* no aparecen directamente como una partícula específica en el lenguaje natural, sino que adoptan la forma de expresiones como “*A* y *B* se parecen mucho entre ellos”, “los conjuntos *A* y *B* contienen aproximadamente los mismos elementos”, . . . donde *A* y *B* denotan términos de similitud basada en el cálculo de cardinalidades entre conjuntos. Para poder manejar la vaguedad e interpretar expresiones como “muy similares” o “poco similares”, proponemos el uso de la lógica borrosa. En particular, adoptaremos el marco para el modelado básico de la cuantificación borrosa propuesto por D. Dubois y H. Prade (Dubois and Prade 1988) para el silogismo borroso, donde a cada cuantificador *Q* se asocia un intervalo  $[a, b] \subseteq [0, 1]$ , en el que *a* denota el umbral inferior y *b* el umbral superior.

Así pues, sea *E* el universo de referencia y  $\mathcal{P}(E)$  el conjunto potencia de *E*. Sean  $Y_1$  e  $Y_2$  dos subconjuntos de  $\mathcal{P}(E)$  y *Q* un cuantificador de similitud básico que depende de las cardinalidades  $|Y_1 \cap Y_2|$ ,  $|Y_1 \cup Y_2|$  con su correspondiente intervalo  $[a, b]$ :

$$Q: \mathcal{P}(E) \times \mathcal{P}(E) \rightarrow \{0, 1\}$$

$$(Y_1, Y_2) \rightarrow Q(Y_1, Y_2) = \begin{cases} 1: Y_1 \cup Y_2 = \emptyset \\ 1: \frac{|Y_1 \cap Y_2|}{|Y_1 \cup Y_2|} \in [a, b] \\ 0: \frac{|Y_1 \cap Y_2|}{|Y_1 \cup Y_2|} \notin [a, b] \end{cases}$$

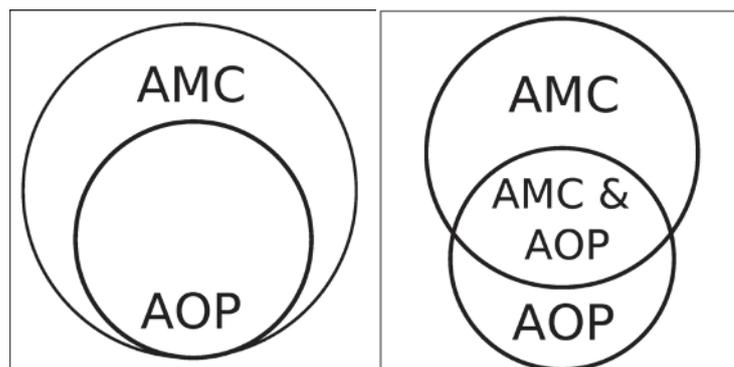
Para los casos extremos, si  $(a = b) = 1$ , decimos que  $Y_1$  e  $Y_2$  son iguales; si  $(a = b) = 0$ , decimos  $Y_1$  e  $Y_2$  son completamente diferentes.

Tabla 6. Silogismo encadenado aproximado.

Todos los <i>aficionados a la música clásica</i> son melómanos
Algún <i>aficionado a la ópera</i> es gallego
<b><i>Aficionados a la ópera y aficionados a la música clásica son similares en grado [0.3,0.8]</i></b>
Algún gallego es melómano (con una confianza o fiabilidad [0.47,1])

Con el objetivo de ejemplificar esta noción, sea la Tabla 6 una versión del ejemplo recogido en la Tabla 4. Como se puede observar, respecto de la Tabla 4 se incluye una premisa adicional en la cual, mediante un cuantificador de similitud, se representa la semejanza entre los dos conceptos que desempeñan el rol de Término Medio.

Figura 1. M denota el conjunto de los melómanos, AMC el de los *aficionados a la música clásica* y AOP el de los *aficionados a la ópera*.



(a) Límite superior de  $Q$       (b) Límite inferior de  $Q$

Por ejemplo, en Santiago de Compostela hay unos 95.000 habitantes, de los cuales asumimos que nos 90.000 son nacidos o criados en Galicia, es decir, gallegos. Por otra parte, asumimos que en la ciudad hay 5.000 melómanos y  $2/5$  partes de ellos, es decir 2.000, son aficionados a la música clásica. De esos 2.000, consideremos que  $4/5$ , 1.600, también son aficionados a la ópera de un total de 3.000.

Según las cardinalidades de los términos que desempeñan el rol de término medio, el cuantificador de similitud asociado es  $Q = [0.47, 0.8]$ . Este intervalo viene determinado por la distribución de los elementos. En el caso de que todos los aficionados a la ópera sean también aficionados a la *música clásica* (ver Figura 2(a)), obtenemos el límite superior  $\left(\frac{1.600}{2.000} = 0.8\right)$ ; en el caso opuesto (ver Figura 2(b)), es decir, sólo 1.600 aficionados a la ópera también lo son a la música clásica y el resto no, obtenemos el umbral inferior  $\left(\frac{1.600}{1.600+400+1.400} = 0.47\right)$ .

Dada la relación definida entre los términos que desempeñan el rol de término medio, para el umbral superior (0.8) podemos asignar un grado de credibilidad total a la conclusión (1), puesto que cualquier gallego aficionado a la ópera, también será melómano. Para el umbral inferior (0.47), significa que aproximadamente la mitad de los que son aficionados a la ópera no lo son a la música clásica, por lo que no podemos concluir si son melómanos o no; por lo tanto, no podemos darle a la conclusión más que un grado de credibilidad medio. En resumen, dados los valores credibilidad obtenidos para la conclusión, podemos dar esta argumentación por bastante plausible.

#### **4 Conclusiones**

En este trabajo hemos realizado una exploración inicial de una expansión del silogismo clásico hacia el razonamiento plausible o aproximado. También hemos introducido el concepto de analogía en el rol del Término Medio como factor determinante de la credibilidad de la conclusión: a mayor grado de similitud entre los conceptos del Término Medio, mayor credibilidad de la conclusión. La similitud se puede hallar usando aproximaciones borrosas.

Como trabajo futuro, proponemos seguir profundizando en el desarrollo de este modelo, así como analizar la posibilidad de desarrollar una medida de similitud basada en la sinonimia de las palabras, lo que nos permitiría dar un paso hacia una forma de silogismo plausible de tipo más lingüístico. Proponemos también el estudio de nuevos patrones de silogismo que incluyan a los cuantificadores borrosos (*muchos, pocos, bastantes,...*), además de los cuatro clásicos y que manejen un mayor número de términos y de premisas.

#### **Agradecimientos**

Este artículo fue realizado con el apoyo Ministerio de Economía e Innovación y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (ERDF/FEDER) (Proyecto TIN2011-29827-C02-02) y del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (Becas del Programa FPU).

#### **REFERENCIAS**

- Aristóteles. 1982-1986. *Organon*. Madrid: Gredos. Bouchon-Meunier, B., and L. Valverde. 1993. "Analogy relations and inference." *Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1993*. 1140–1144.
- Brown, M. 1984. "Generalized Quantifiers and the Square of Opposition." *Notre Dame Journal of Formal Logic* 25 (4): 303–322.
- Corcoran, J. 2011. Deducción / Deducibilidad en *Compendio de lógica, argumentación y retórica*, L. Vega y P. Olmos (eds.), 168–170. Madrid: Ed. Trotta. de Donato, X. 2011. Analogía en *Compendio de lógica, retórica y argumentación*, L. Vega y P. Olmos (eds.), 47–50. Madrid: Ed. Trotta.

- Dubois, D., and H. Prade. 1988. "On fuzzy syllogisms." *Computational Intelligence* 4 (2): 171–179.
- Pólya, G. 1966. *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Ed. Tecnos.
- Pólya, G. 1966. *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos.
- Sommers, F. 1982. *The Logic of Natural Language*. Oxford: Clarendon Press.
- Vega, L. 2011. Entimema en Compendio de lógica, retórica y argumentación, L. Vega y P. Olmos (eds), 226–228. Madrid: Ed. Trotta.
- Zadeh, L. A. 1985. "Syllogistic reasoning in fuzzy logic and its applications to usuality and reasoning with dispositions." *IEEE Transactions On Systems, Man and Cybernetics* 15 (6): 754–765.